



Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”
Etapa locală, Iași
10.02.2023
Barem

Clasa a XI -a, profil real, specializarea științe ale naturii – secțiunea H2

Subiectul 1

a) Se efectuează înmulțirile, obținem $\begin{pmatrix} 5 & x & 2x+3 \\ x+2y & 1 & 2+x+y \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & x & y+2 \\ x+2 & 1 & 3 \\ 2x+2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ și determină

$x = 0, y = 1$ 1p

b) Calculează $d(x, 2) = x^2 - 4x + 3$ 1p

Determină rădăcinile $x_1 = 1, x_2 = 3$ și scrie punctele A(1,3) și B(3, -1)1p

Determină ecuația dreptei AB: $2x + y - 5 = 0$ 1p

c) Calculează $d(x, y) = x^2 + 2y - 4x - 1$ 1p

$d(x, y) \neq 0, (\forall) x \in \mathbb{R} \Rightarrow \Delta < 0$ 1p

Calculează $\Delta = 20 - 8y < 0$, deci $y > \frac{5}{2}$, cel mai mic număr întreg $y \in \mathbb{Z}$ pentru care

$d(x, y) \neq 0, (\forall) x \in \mathbb{R}$ este $y = 3$ 1p

Subiectul 2

a) f este funcție continuă în $x=1 \Rightarrow l_s(1) = l_d(1) = f(1)$ 1p

Obținem $a+3 = 1+a^2 = a+3$ și află $a = \{-1, 2\}$ 1p

b) Calculează $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \left(e^{\frac{2}{f(x)}} - e^{\frac{2}{f(x+1)}} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \left(e^{\frac{1}{x}} - e^{\frac{1}{x+1}} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^{\frac{1}{x+1}} \left(e^{\frac{1}{x(x+1)}} - 1 \right) =$ 1p

finalizează și obține limita egală cu 12p

c) Calculează $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{f(x)}}{\sqrt{f(x)} + x} \right)^{2x+1} =$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{x^2 + 4x}}{\sqrt{x^2 + 5x}} \right)^{2x+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 4x}{x^2 + 5x} \right)^{\frac{2x+1}{2}} = \dots = \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{-2x^2 - x}{2x^2 + 10x}} = e^{-1} = \frac{1}{e}$ 2p

Subiectul 3

a) Obține $y = 1$ ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ 1p

Obține $y = -1$ ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$ 1p

Determină corect limitele laterale și obține $x = 1$ ecuația asimptotei verticale1p

b) Dacă $\sqrt{a+4} - b \neq 0 \Rightarrow$ nu exista limita, deci acest caz nu convine1p

Deci $\sqrt{a+4} = b \Rightarrow$



$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3x + a} - b}{x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3x + a} - \sqrt{4 + a}}{x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 4}{(x + 4)(\sqrt{x^2 + 3x + a} + \sqrt{4 + a})} = \dots\dots\dots 2p$$

$$\frac{5}{6\sqrt{a+4}}$$

Finalizează și obține $a = 5, b = 3$1p

Subiectul 4

$\det A = a_2 a_3 + a_1 b_1 b_2$2p

$|a_2 a_3 + a_1 b_1 b_2| = 1, \forall b_1, b_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow a_1 = 0$ 3p

Găsește $(a_1, a_2, a_3) \in \{(0, 1, 1), (0, 1, -1), (0, -1, 1), (0, -1, -1)\}$2p