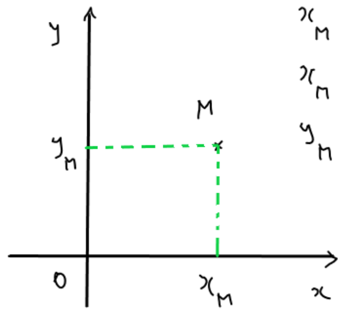
Functii. Lecturi grafice

Reper cartezian



Ox, Oy - semidrepte perpendiculare

x_M, y_M - coordonatele carteziene ale lui M

x_M - abscisa lui M, Ox - axa absciselor

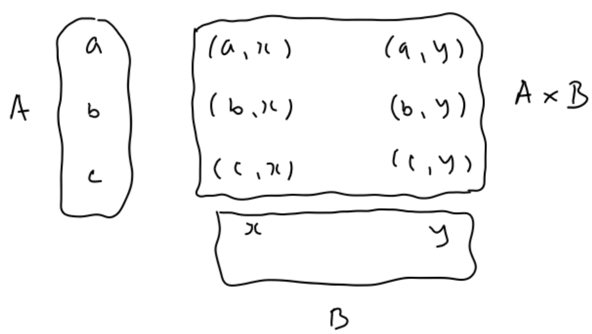
y_M - ordonata lui M, Oy - axa ordonatelor

Fiecarui punct M din plan i se asociaza o pereche unica de coordonate carteziene (x_M, y_M) si, reciproc, fiecarei perechi de coordonate i se asociaza un punct unic M.

Produs cartezian

Se numeste produs cartezian a doua multimi A si B multimea notata A x B a perechilor ordonate (a,b) cu a din A si b din B.

Ex.



$$A \times B = \{(a,b) \mid a \in A, b \in B\}$$

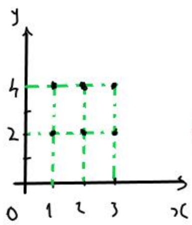
Reprezentarea geometrica (grafica) a unui produs cartezian

Daca A, B sunt submultimi de numere reale atunci produsul cartezian A x B este dat de $A \times B = \{(a,b) \mid a \in A, b \in B\}$

Fixand un reper cartezian xOy se obtine pentru fiecare pereche (a,b) un punct unic in plan. Astfel obtinem reprezentarea grafica (geometrica) a unui produs cartezian.

Ex. $A=\{1, 2, 3\}$, $B=\{2, 4\}$

$A \times B = \{(1,2), (1,4), (2,2), (2,4), (3,2), (3,4)\}$

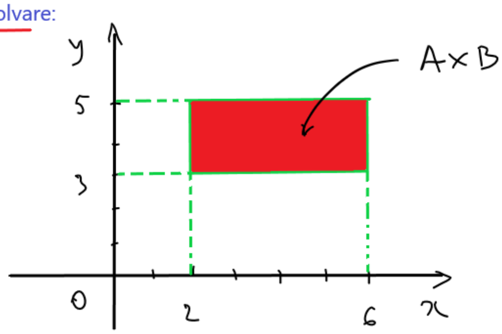


(reprezentarea grafica (geometrica) a produsului cartezian A x B)

Aplicatie

Sa se reprezinte grafic produsul cartezian al multimilor $A=[2,6]$ si $B=[3,5]$

Rezolvare:



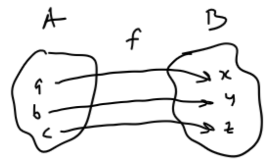
Functii

Fie A si B doua multimi nevide. Se spune ca s-a definit o functie pe multimea A cu valori in multimea B daca printr-un anumit procedeu (lege, corespondenta), notat cu f, fiecarui element x din A ii corespunde un singur element y din B.

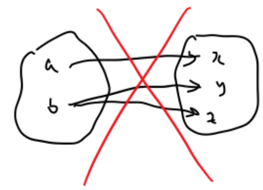
$f : A \to B$ citim f definita pe A cu valori in B

A - domeniul de definitie al functiei f
B - codomeniul sau domeniul valorilor functiei
f - lege de corespondenta
y=f(x) valoarea functiei in x sau imaginea lui x prin f
x - preimaginea lui y prin f
f(A) - multimea valorilor functiei f

$f(A) = \{ f(x) \mid x \in A \}$



(este functie)



(NU este functie)

Doua functii f: A $\longrightarrow$ B si g: E $\longrightarrow$ F sunt egale daca sunt verificate simultan conditiile
a) A=E (au acelasi domeniu)
b) B=F (au acelasi codomeniu)
c) f(x)=g(x), $\forall x \in A$

Notatie: f=g

Doua functii f si g nu sunt egale si se scrie $f \neq g$, daca cel putin una din conditiile a), b), c) nu este satisfacuta

Aplicatie

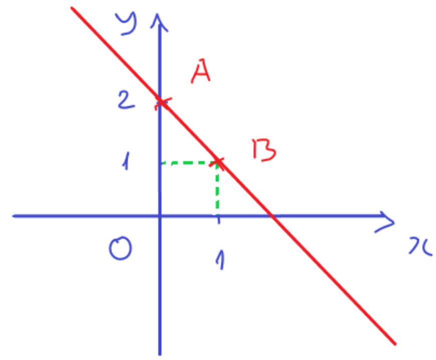
Sa se traseze graficul functiei $f:\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=-x+2$ determinand doua puncte arbitrare ale acestuia.

Rezolvare:

x	0	1
$f(x)$	2	1
	A	B

$x=0 \Rightarrow f(0)=-0+2=2 \Rightarrow A(0,2)$

$x=1 \Rightarrow f(1)=-1+2=1 \Rightarrow B(1,1)$



Aplicatie

$G_f = \{(x,y) \mid y=f(x),\ x \in D\}$

(graficul functiei)

Fie functia $f:\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=2x-4$.

a) Sa se traseze curba G_f.

b) Sa se determine aria suprafetei plane limitate de graficul functiei si axele de coordonate

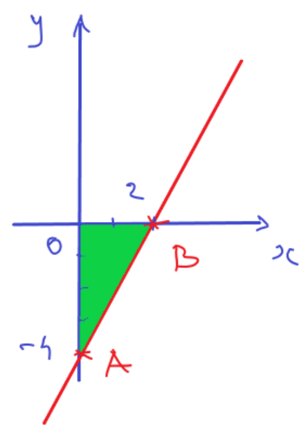
Rezolvare

a)

x	0	2
$f(x)$	-4	0
	A	B

$x=0 \Rightarrow f(0)=2\cdot 0-4=-4 \Rightarrow Oy \cap G_f=\{(0,-4)\}$

$y=0 \Rightarrow f(x)=0 \Leftrightarrow 2x-4=0 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow Ox \cap G_f=\{(2,0)\}$



b) Aria triunghiului OAB este $A_{\triangle OAB}=\dfrac{\text{baza}\cdot\text{înălțimea}}{2}=\dfrac{OB\cdot OA}{2}=$

$=\dfrac{2\cdot 4}{2}=4$

Aplicatie

Fie functia $f : R \longrightarrow R$, $f(x)=(3m-2)x+5$, $m \in R$. Sa se determine $m \in R$ stiind ca $(1,6) \in G_f$.

Rezolvare

$(1,6) \in G_f \Rightarrow f(1) = 6 \Rightarrow (3m-2)\cdot 1 + 5 = 6 \Rightarrow$

x

$y=f(x)$

$\Rightarrow 3m - 2 + 5 = 6 \Rightarrow 3m = 6 - 3 \Rightarrow 3m = 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow m = 1$

$G_f = \{(x,y) \mid y = f(x), x \in D\}$

Aplicatie

Sa se determine intersectia cu axele de coordonate a graficului functiei $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$, $x \in R$.

Rezolvare:

$Oy \cap G_f = \{(0,-3)\}$

$x = 0 \Rightarrow y = f(0) = \frac{1}{2}\cdot 0 - 3 = -3$

$Ox \cap G_f = \{(6,0)\}$

$y = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}x - 3 = 0 \mid \cdot 2 \Rightarrow x - 6 = 0$

$\Rightarrow x = 6$