

Sapt. 1 (14-18 sep)

16 sep

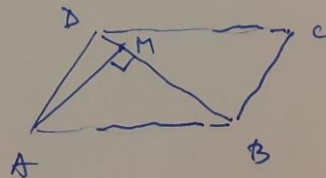
Exercitii recapitulare

1) Calculati:  $\left(\frac{1}{2}\right)^{22} : \left(\frac{1}{2}\right)^{20} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1$

2) Aratati ca numarul  $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{6^2+8^2}}$  este rational.

3) Stiind ca  $BD = 10$  cm

si  $AM = 8$  cm calculati aria paralelogramului



Resolnare :

$$1) \left(\frac{1}{2}\right)^{22} : \left(\frac{1}{2}\right)^{20} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1^{22}}{2^{22}} : \frac{1^{20}}{2^{20}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2^{22}} \cdot \frac{2^{20}}{1} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2^{20}}{2^{23}} = \frac{2^{20}}{2^{20} \cdot 2^3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$2) \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{6^2+8^2}} = \frac{6}{\sqrt{36+64}} = \frac{6}{\sqrt{100}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$3) A_{ABCD} = A_{ABD} + A_{BCD} = 2 \cdot A_{ABD}$$

$$A_{ABD} = \frac{\text{baza} \cdot \text{in\ddot{a}ltimea}}{2} = \frac{BD \cdot AM}{2} = \frac{10 \cdot 8}{2}$$

$$A_{ABCD} = 2 \cdot A_{ABD} = 2 \cdot \frac{10 \cdot 8}{2} = 80 \text{ cm}^2$$

## Exerciții recapitulare

1)  $(1+0,5)(1-0,5) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = ?$

2) Determinați două numere știind că media lor aritmetică este 150, iar raportul celor două numere este  $\frac{1}{2}$ .

3) Se consideră  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + 3$ .

a) Reprezentați grafic  $f$ .

b) Determinați abscisa punctului de pe grafic care are ordonata egală cu abscisa.

Rezolvare :

1) Folosind formula  $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$  putem scrie

$$(1+0,5)(1-0,5) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 1^2 - 0,5^2 + \frac{1}{2} = 1 - 0,25 + \frac{1}{2} = \\ = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{4-1+2}{4} = \frac{5}{4}$$

2)  $\begin{cases} m_a(x,y) = \frac{x+y}{2} & (\text{media aritmetică a două numere } x \text{ și } y) \\ \frac{x}{y} = \frac{1}{2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x+y}{2} = 150 \\ \frac{x}{y} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = 300 \\ 2x = y \end{cases} \Rightarrow x+2x = 300 \Rightarrow 3x = 300 \\ \Rightarrow \underline{x = 100}$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ x = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 200 \\ x = 100 \end{cases}$$

17 sep

## Exerciții recapitulare

1) Arătați că numărul

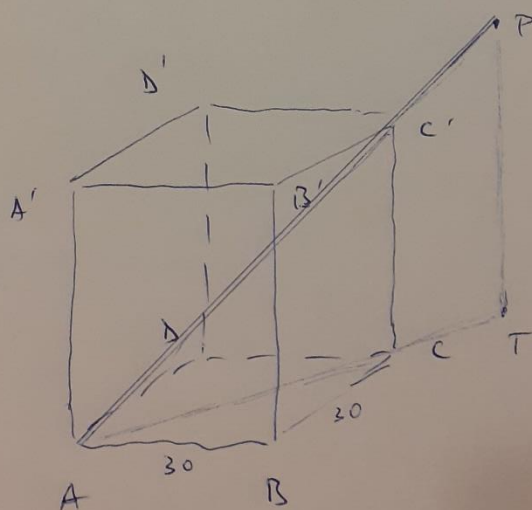
$$a = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot (5 - \sqrt{6}) + (\sqrt{2} - 1)^2 - 3\sqrt{3}$$

este natural.

2) Prisma patrulateră dreaptă  $ABCD A' B' C' D'$  cu bazele pătrate, reprezintă schematic un suport pentru umbrelă. Segmentul  $[AP]$  reprezintă o umbrelă care se sprijină în punctul  $C'$ .

Se știe că  $AB = 30$  cm,  $AC = CC'$  și  $AP = 90$  cm.

- Calculați înălțimea suportului.
- Determinați măsura unghiului dintre dreapta  $AP$  și planului  $(ABC)$ .
- Determinați distanța de la punctul  $P$  la planul  $(ABC)$ .



Resolnare

$$\begin{aligned} 1) (\sqrt{3} + \sqrt{2})(5 - \sqrt{6}) &= 5\sqrt{3} + 5\sqrt{2} - \sqrt{3}\sqrt{6} - \sqrt{2}\sqrt{6} = \\ &= 5\sqrt{3} + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{2} \\ (\sqrt{2} - 1)^2 &= 2 - 2\sqrt{2} + 1 = 3 - 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$a = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(5 - \sqrt{6}) + (\sqrt{2} - 1)^2 - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} - 3\sqrt{3} = 3 \in \mathbb{N}$$

$$2) AC^2 = AB^2 + BC^2 = 30^2 + 30^2 = 2 \cdot 30^2 = 2 \cdot 900 = 1800$$

$$a) CC' = AC = \sqrt{AC^2} = \boxed{30\sqrt{2}}$$

$$b) \triangle ACC' \text{ este dreptunghi isoscel} \Rightarrow m(\widehat{C'AC}) = \underline{45^\circ}$$

c) Fie  $PT \perp (ABC)$ .

$A, C', P$  coliniare  $\Rightarrow A, C, T$  coliniare

$$\text{In } \triangle APT, \sin \widehat{PAT} = \frac{PT}{AP} \Leftrightarrow \sin 45^\circ = \frac{PT}{AP} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{PT}{90} \Leftrightarrow PT = \frac{90\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \boxed{PT = 45\sqrt{2}}$$

### Exercitii recapitulare

1) Sa se calculeze

$$E = \left(\sqrt{2} + \frac{5}{\sqrt{2}}\right) \cdot \sqrt{2} - \left(\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot \sqrt{3} + \left(\frac{3}{2\sqrt{5}} + \frac{2}{3\sqrt{5}}\right) : \frac{1}{\sqrt{180}}$$

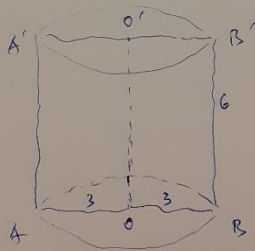
2) Se considera  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x + 1$ .

a) Reprezentati grafic  $f$ .

b) Calculati tangenta unghiului determinat de graficul functiei  $f$  cu axa  $Oy$  a sistemului de coordonate  $xOy$ .

3) Sectiunea axiala a cilindrului circular drept, din figura, este un patrat cu latura de 6 cm.

Calculati volumul si aria totale a cilindrului.



Rezolvare

$$\begin{aligned} 1) E &= 2 + 5 - (3 + 1) + \left( \frac{3}{2\sqrt{5}} + \frac{2}{3\sqrt{5}} \right) \cdot \sqrt{18 \cdot 2 \cdot 5} = \\ &= 7 - 4 + \left( \frac{3}{2\sqrt{5}} + \frac{2}{3\sqrt{5}} \right) \cdot \sqrt{9 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5} = 3 + \left( \frac{3}{2\sqrt{5}} + \frac{2}{3\sqrt{5}} \right) \cdot 3 \cdot 2\sqrt{5} = \\ &= 3 + 9 + 4 = 16 \end{aligned}$$

2) a)

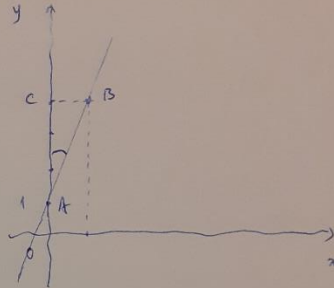
|      |   |   |
|------|---|---|
| x    | 0 | 1 |
| f(x) | 1 | 4 |

$$f(0) = 1, f(1) = 3 \cdot 1 + 1 = 4$$

b)

$$\Delta ABC, BC = 1, AC = 3$$

$$\operatorname{tg} \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{3}$$



3)  $A_{\text{bazii}} = A_b = \pi R^2 = \pi \cdot 3^2 = 9\pi$

$$\text{Volumen} = A_b \cdot h = 9\pi \cdot 6 = 54\pi$$

$$A_{\text{totala}} = A_t = A_2 + 2A_b$$

$$A_{\text{laterala}} = A_2 = 2\pi R \cdot h = 2\pi \cdot 3 \cdot 6 = 36\pi$$

$$A_t = 36\pi + 18\pi = 54\pi$$

Sapt. 2 (21-25 sep)

24 sep

### Exerciții recapitulare

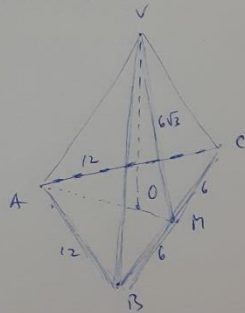
1) Calculați  $F(x) = \left( \frac{x+2}{x-3} - \frac{x-3}{x+2} - \frac{2\sqrt{x}}{(x-3)(x+2)} \right) : \frac{5}{x+2}$ , unde  $x \in \mathbb{R}, x \neq -2, x \neq 3$ .

2) Se consideră  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 4$ .

a) Reprezentați grafic  $f$ .

b) Arătați că triunghiul determinat de graficul funcției  $f$  și axele sistemului de coordonate  $xOy$  este isoscel.

3) Se consideră o piramidă triunghiulară regulată  $VABC$ , cu baza triunghiul  $ABC$ ,  $AB = 12$  m. Punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $BC$  și  $VM = 6\sqrt{3}$  m, care  $VO$  este înălțimea piramidei.



a) Calculați aria laterală piramidei.

b) Calculați volumul piramidei.

Exerciții recapitulare

1) Să se rezolve ecuațiile:

a)  $2x - 3 = 0$

b)  $0,5x - \frac{1}{4} = 0$

c)  $2x^2 - x - 1 = 0$

d)  $x^2 + 3x - 4 = 0$

2) Fie o sferă de  $R = 2$ .

a) calculați suprafața sferei

b) calculați volumul sferei

3) Fie  $\Delta ABC$  dreptunghi în  $A = 90^\circ$ ,  $B = 60^\circ$ ,  $AB = 2$ .

a) calculați  $AC$ .

b) calculați  $BC$ .



### Resolució

1) a)  $2x - 3 = 0 \Leftrightarrow 2x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$

b)  $0,5x - \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} = 0 \mid \cdot 4 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x = 1$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

c)  $2x^2 - x - 1 = 0$ ,  $a = 2$ ,  $b = -1$ ,  $c = -1$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 1 + 8 = 9$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{4} = \begin{cases} \frac{1+3}{4} = \frac{4}{4} = 1 \\ \frac{1-3}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$

d)  $x^2 + 3x - 4 = 0$ ,  $a = 1$ ,  $b = 3$ ,  $c = -4$

$\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 \pm 5}{2} = \begin{cases} \frac{-3+5}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ \frac{-3-5}{2} = \frac{-8}{2} = -4 \end{cases}$

2)  $A_{\text{super}} = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 2^2 = 4\pi \cdot 4 = 16\pi$

$V_{\text{super}} = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 2^3}{3} = \frac{32\pi}{3}$

3)  $\operatorname{tg} B = \frac{AC}{AB} \Leftrightarrow \operatorname{tg} 60 = \frac{AC}{2} \Leftrightarrow \sqrt{3} = \frac{AC}{2} \Leftrightarrow AC = 2\sqrt{3}$

$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = \sqrt{4 \cdot 3 + 4} = \sqrt{12 + 4} = \sqrt{16} = 4$

Regelmann

$$1) \frac{x+2}{x-3} - \frac{x-3}{x+2} - \frac{25}{(x-3)(x+2)} = \frac{x^2+4x+4 - (x^2-6x+9) - 25}{(x-3)(x+2)}$$

$$= \frac{10x-30}{(x-3)(x+2)} = \frac{10(x-3)}{(x-3)(x+2)} = \frac{10}{x+2}$$

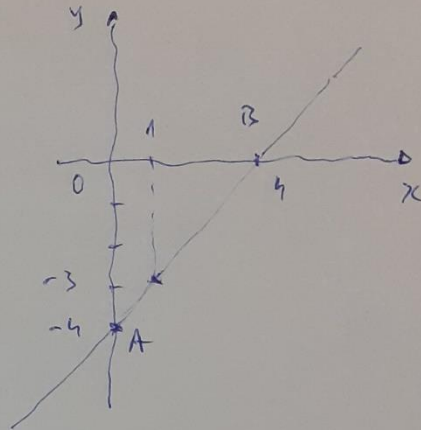
$$E(x) = \frac{10}{x+2} : \frac{5}{x+2} = \frac{10}{x+2} \cdot \frac{x+2}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

2)  $f(x) = x - 4$

a)  $\frac{x}{f(x)} \begin{array}{c|c} 0 & 1 \\ \hline -4 & -3 \end{array}$

$f(0) = -4$

$f(1) = 1 - 4 = -3$



b)  $OB = 4$

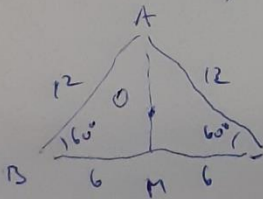
$OA = 4 \Rightarrow \Delta AOB$  is a right-angled triangle

3)  $A_R = A_{VAB} + A_{VAC} + A_{VBC}$  Pyramide  $3 \cdot A_{VBC} = 3 \cdot \frac{BC \cdot VM}{2}$  Rechtecke

a)  $= 3 \cdot \frac{12 \cdot 6\sqrt{3}}{2} = 3 \cdot 6 \cdot 6\sqrt{3} = 108\sqrt{3} \text{ m}^2$

b)  $V = \frac{A_B \cdot h}{3} = \frac{A_{ABC} \cdot VO}{3}$

$VO = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{3})^2} = 4\sqrt{6}$



$\tan B = \frac{AM}{MB} \Rightarrow AM = MB \cdot \tan B = 6 \cdot \tan 60^\circ = 6\sqrt{3}$

$A_{ABC} = \frac{BC \cdot AM}{2} = \frac{12 \cdot 6\sqrt{3}}{2} = 36\sqrt{3}$

$V = \frac{36\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{6}}{3} = 144\sqrt{2} \text{ m}^3$

### Exerciții recapitulative

1)  $E(x) = \left(1 + \frac{1}{x-2} - \frac{2}{x+2}\right) : \frac{1}{x^2-4} - x(x-1)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  $x \neq -2$ ,  $x \neq 2$ .

Arătați că  $E(x) = 2$ .

2)  $f(x) = x + 2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

a) Reprezentați grafic  $f$ .

b) Calculați aria triunghiului determinat de graficul funcției  $f$  și axele sistemului de coordonate  $xOy$ .

3) Se da o prismă dreaptă  $ABCDEF$ , cu baza triunghi echilateral,  $AB = 10$ ,  $AD = 10\sqrt{3}$ .

a) Calculați perimetrul bazei  $ABC$ .

b) Calculați aria laterală a prismei.

c) Calculați volumul prismei.

Regeln

$$1) E(x) = \left( 1 + \frac{x+2}{x-2} - \frac{x^2}{x+2} \right) : \frac{1}{(x-2)(x+2)} - x(x-1) =$$

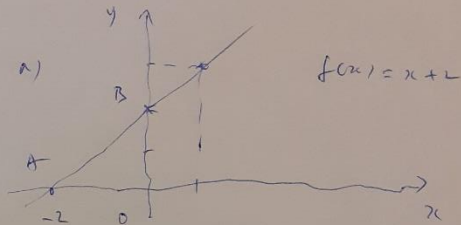
$$= \frac{(x-2)(x+2) + x+2 - 2(x-2)}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)} - x(x-1) =$$

$$= \cancel{x^2 - 4} + \cancel{x+2} - \cancel{2x+4} - \cancel{x^2} + \cancel{x} = 2$$

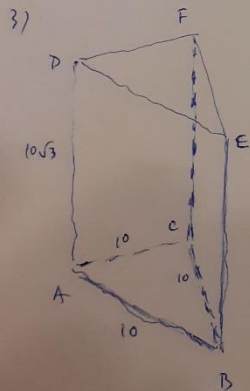
2)

|        |   |   |
|--------|---|---|
| $x$    | 0 | 1 |
| $f(x)$ | 2 | 3 |

$f(0) = 2$   
 $f(1) = 3$



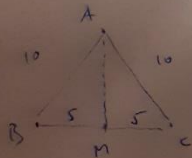
6)  $A_{\Delta AOB} = \frac{AO \cdot OB}{2} = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2$



a)  $P_{ABC} = 3 \cdot 10 = 30$

b)  $A_c = P_{ABC} \cdot c = 30 \cdot 10\sqrt{3} = 300\sqrt{3}$

c)  $V_{ABDEF} = A_{ABC} \cdot c = 25\sqrt{3} \cdot 10\sqrt{3} = 250 \cdot 3 = 750$



$$A_{ABC} = \frac{BC \cdot AM}{2} = \frac{10 \cdot 5\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}$$

$$AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{100 - 25} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$