

Sapt. 1 (14-18sep)

16 sep

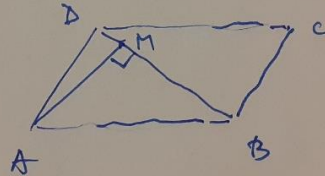
Exercitii recapitulare

1) Calculati: $\left(\frac{1}{2}\right)^{22} : \left(\frac{1}{2}\right)^{20} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1$

2) Aratati ca numarul $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{6^2+8^2}}$ este rational.

3) Stiind ca $BD = 10$ cm

si $AM = 8$ cm calculati aria paralelogramului



Resolnare :

$$1) \left(\frac{1}{2}\right)^{22} : \left(\frac{1}{2}\right)^{20} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1^{22}}{2^{22}} : \frac{1^{20}}{2^{20}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2^{22}} \cdot \frac{2^{20}}{1} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2^{20}}{2^{23}} = \frac{2^{20}}{2^{20} \cdot 2^3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$2) \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{6^2+8^2}} = \frac{6}{\sqrt{36+64}} = \frac{6}{\sqrt{100}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$3) A_{ABCD} = A_{ABD} + A_{BCD} = 2 \cdot A_{ABD}$$

$$A_{ABD} = \frac{\text{baza} \cdot \text{in\ddot{a}ltimea}}{2} = \frac{BD \cdot AM}{2} = \frac{10 \cdot 8}{2}$$

$$A_{ABCD} = 2 \cdot A_{ABD} = 2 \cdot \frac{10 \cdot 8}{2} = 80 \text{ cm}^2$$

Exerciții recapitulare

1) $(1+0,5)(1-0,5) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = ?$

2) Determinați două numere știind că media lor aritmetică este 150, iar raportul celor două numere este $\frac{1}{2}$.

3) Se consideră $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 3$.

a) Reprezentați grafic f .

b) Determinați abscisa punctului de pe grafic care are ordonata egală cu abscisa.

Rezolvare :

1) Folosind formula $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ putem scrie

$$(1+0,5)(1-0,5) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 1^2 - 0,5^2 + \frac{1}{2} = 1 - 0,25 + \frac{1}{2} = \\ = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{4-1+2}{4} = \frac{5}{4}$$

2) $\begin{cases} m_a(x,y) = \frac{x+y}{2} & (\text{media aritmetică a două numere } x \text{ și } y) \\ \frac{x}{y} = \frac{1}{2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x+y}{2} = 150 \\ \frac{x}{y} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = 300 \\ 2x = y \end{cases} \Rightarrow x+2x = 300 \Rightarrow 3x = 300 \\ \Rightarrow \underline{x = 100}$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ x = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 200 \\ x = 100 \end{cases}$$

17 sep

Exerciții recapitulare

1) Arătați că numărul

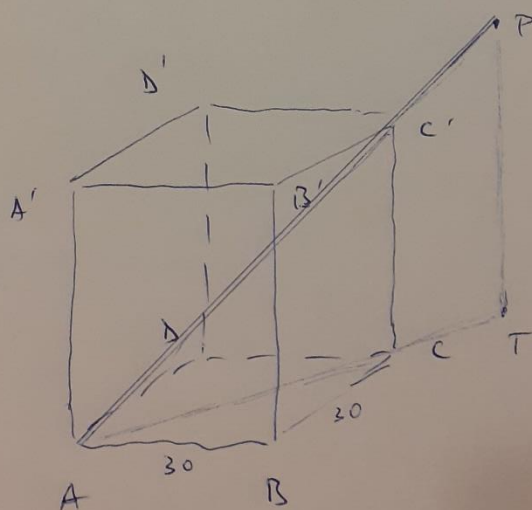
$$a = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot (5 - \sqrt{6}) + (\sqrt{2} - 1)^2 - 3\sqrt{3}$$

este natural.

2) Prisma patrulateră dreaptă $ABCD A' B' C' D'$ cu bazele pătrate, reprezintă schematic un suport pentru umbrelă. Segmentul $[AP]$ reprezintă o umbrelă care se sprijină în punctul C' .

Se știe că $AB = 30$ cm, $AC = CC'$ și $AP = 90$ cm.

- Calculați înălțimea suportului.
- Determinați măsura unghiului dintre dreapta AP și planului (ABC) .
- Determinați distanța de la punctul P la planul (ABC) .



Resolnare

$$\begin{aligned} 1) (\sqrt{3} + \sqrt{2})(5 - \sqrt{6}) &= 5\sqrt{3} + 5\sqrt{2} - \sqrt{3}\sqrt{6} - \sqrt{2}\sqrt{6} = \\ &= 5\sqrt{3} + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{2} \\ (\sqrt{2} - 1)^2 &= 2 - 2\sqrt{2} + 1 = 3 - 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$a = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(5 - \sqrt{6}) + (\sqrt{2} - 1)^2 - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} - 3\sqrt{3} = 3 \in \mathbb{N}$$

$$2) AC^2 = AB^2 + BC^2 = 30^2 + 30^2 = 2 \cdot 30^2 = 2 \cdot 900 = 1800$$

$$a) CC' = AC = \sqrt{AC^2} = \boxed{30\sqrt{2}}$$

$$b) \triangle ACC' \text{ este dreptunghic isoscel} \Rightarrow m(\widehat{C'AC}) = \underline{45^\circ}$$

c) Fie $PT \perp (ABC)$.

A, C', P coliniare $\Rightarrow A, C, T$ coliniare

$$\text{In } \triangle APT, \sin \widehat{PAT} = \frac{PT}{AP} \Leftrightarrow \sin 45^\circ = \frac{PT}{AP} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{PT}{90} \Leftrightarrow PT = \frac{90\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \boxed{PT = 45\sqrt{2}}$$

Exerciții recapitulare

1) Să se calculeze

$$E = \left(\sqrt{2} + \frac{5}{\sqrt{2}}\right) \cdot \sqrt{2} - \left(\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot \sqrt{3} + \left(\frac{3}{2\sqrt{5}} + \frac{2}{3\sqrt{5}}\right) : \frac{1}{\sqrt{180}}$$

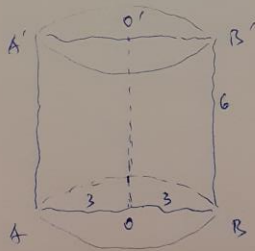
2) Se consideră $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 1$.

a) Reprezentați grafic f .

b) Calculați tangenta unghiului determinat de graficul funcției f cu axa Oy a sistemului de coordonate xOy .

3) Secțiunea axială a cilindrii circulare drepte, din figură, este un pătrat cu latura de 6 cm.

Calculați volumul și aria totală a cilindrii.



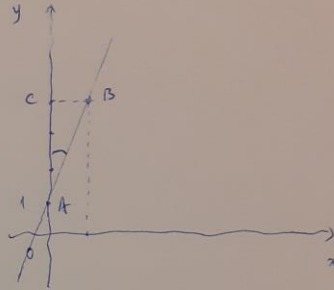
Rezolvare

$$\begin{aligned} 1) E &= 2 + 5 - (3 + 1) + \left(\frac{3}{2\sqrt{5}} + \frac{2}{3\sqrt{5}} \right) \cdot \sqrt{18 \cdot 2 \cdot 5} = \\ &= 7 - 4 + \left(\frac{3}{2\sqrt{5}} + \frac{2}{3\sqrt{5}} \right) \cdot \sqrt{9 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5} = 3 + \left(\frac{3}{2\sqrt{5}} + \frac{2}{3\sqrt{5}} \right) \cdot 3 \cdot 2\sqrt{5} = \\ &= 3 + 9 + 4 = 16 \end{aligned}$$

2) a) $\frac{x}{f(x)}$ $\begin{array}{c|cc} & 0 & 1 \\ \hline & 1 & 4 \end{array}$
 $f(0) = 1, f(1) = 3 \cdot 1 + 1 = 4$

b) $\Delta ABC, BC = 1, AC = 3$

$$\operatorname{tg} \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{3}$$



3) $A_{\text{bazii}} = A_{\text{b}} = \pi R^2 = \pi \cdot 3^2 = 9\pi$

$$\text{Volumen} = A_{\text{b}} \cdot h = 9\pi \cdot 6 = 54\pi$$

$$A_{\text{totala}} = A_{\text{t}} = A_{\text{r}} + 2A_{\text{b}}$$

$$A_{\text{laterala}} = A_{\text{r}} = 2\pi R \cdot h = 2\pi \cdot 3 \cdot 6 = 36\pi$$

$$A_{\text{t}} = 36\pi + 18\pi = 54\pi$$

21 sep

Exerciții recapitulare

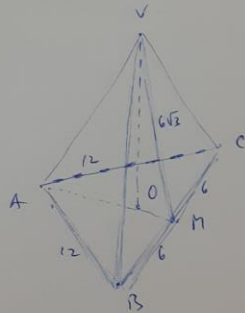
1) Calculați $F(x) = \left(\frac{x+2}{x-3} - \frac{x-3}{x+2} - \frac{2\sqrt{x}}{(x-3)(x+2)} \right) : \frac{5}{x+2}$, unde $x \in \mathbb{R}, x \neq -2, x \neq 3$.

2) Se consideră $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 4$.

a) Reprezentați grafic f .

b) Arătați că triunghiul determinat de graficul funcției f și axele sistemului de coordonate xOy este isoscel.

3) Se consideră o piramidă triunghiulară regulată $VABC$, cu baza triunghiul ABC , $AB = 12$ m. Punctul M este mijlocul segmentului BC și $VM = 6\sqrt{3}$ m, care VO este înălțimea piramidei.



a) Calculați aria laterală piramidei.

b) Calculați volumul piramidei.

Exerciții recapitulare

1) Să se rezolve ecuațiile:

a) $2x - 3 = 0$

b) $0,5x - \frac{1}{4} = 0$

c) $2x^2 - x - 1 = 0$

d) $x^2 + 3x - 4 = 0$

2) Fie o sferă de $R = 2$.

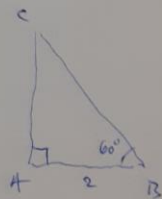
a) Calculați suprafața sferei

b) Calculați volumul sferei

3) Fie ΔABC dreptunghic cu $A = 90^\circ$, $B = 60^\circ$, $AB = 2$.

a) Calculați AC .

b) Calculați BC .



Resolució

1) a) $2x - 3 = 0 \Leftrightarrow 2x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$

b) $0,5x - \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} = 0 \mid \cdot 4 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x = 1$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

c) $2x^2 - x - 1 = 0$, $a = 2$, $b = -1$, $c = -1$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 1 + 8 = 9$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{4} = \begin{cases} \frac{1+3}{4} = \frac{4}{4} = 1 \\ \frac{1-3}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$

d) $x^2 + 3x - 4 = 0$, $a = 1$, $b = 3$, $c = -4$

$\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 \pm 5}{2} = \begin{cases} \frac{-3+5}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ \frac{-3-5}{2} = \frac{-8}{2} = -4 \end{cases}$

2) $A_{\text{super}} = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 2^2 = 4\pi \cdot 4 = 16\pi$

$V_{\text{super}} = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 2^3}{3} = \frac{32}{3}\pi$

3) $\text{tg } B = \frac{AC}{AB} \Leftrightarrow \text{tg } 60 = \frac{AC}{2} \Leftrightarrow \sqrt{3} = \frac{AC}{2} \Leftrightarrow AC = 2\sqrt{3}$

$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = \sqrt{4 \cdot 3 + 4} = \sqrt{12 + 4} = \sqrt{16} = 4$

Regelmann

$$1) \frac{x+2}{x-3} - \frac{x-3}{x+2} - \frac{25}{(x-3)(x+2)} = \frac{x^2+4x+4 - (x^2-6x+9) - 25}{(x-3)(x+2)}$$

$$= \frac{10x-30}{(x-3)(x+2)} = \frac{10(x-3)}{(x-3)(x+2)} = \frac{10}{x+2}$$

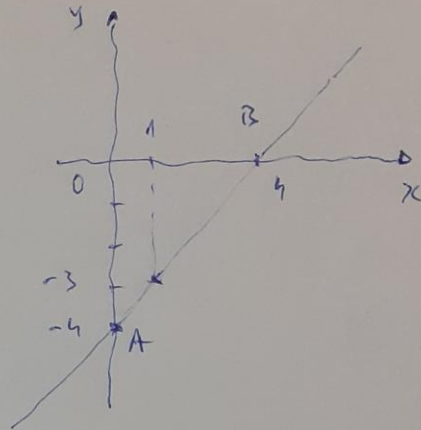
$$E(x) = \frac{10}{x+2} : \frac{5}{x+2} = \frac{10}{x+2} \cdot \frac{x+2}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

2) $f(x) = x - 4$

a) $\begin{array}{c|cc} x & 0 & 1 \\ \hline f(x) & -4 & -3 \end{array}$

$f(0) = -4$

$f(1) = 1 - 4 = -3$



b) $OB = 4$

$OA = 4$

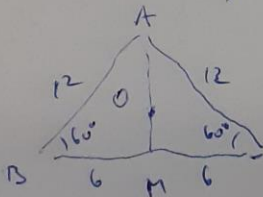
$\Rightarrow \Delta AOB$ isosceles

3) $A_L = A_{VAB} + A_{VAC} + A_{VBC}$ Pyramide repsolte $3 \cdot A_{VBC} = 3 \cdot \frac{BC \cdot VM}{2} =$

a) $= 3 \cdot \frac{12 \cdot 6\sqrt{3}}{2} = 3 \cdot 6 \cdot 6\sqrt{3} = 108\sqrt{3} \text{ m}^2$

b) $V = \frac{A_B \cdot h}{3} = \frac{A_{ABC} \cdot VO}{3}$

$VO = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{3})^2} = 4\sqrt{6}$



$\tan B = \frac{AM}{MB} \Rightarrow AM = MB \cdot \tan B = 6 \cdot \tan 60^\circ = 6\sqrt{3}$

$A_{ABC} = \frac{BC \cdot AM}{2} = \frac{12 \cdot 6\sqrt{3}}{2} = 36\sqrt{3}$

$V = \frac{36\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{6}}{3} = 144\sqrt{2} \text{ m}^3$

Exerciții recapitulative

1) $E(x) = \left(1 + \frac{1}{x-2} - \frac{2}{x+2}\right) : \frac{1}{x^2-4} - x(x-1)$, $x \in \mathbb{R}$, $x \neq -2$, $x \neq 2$.

Arătați că $E(x) = 2$.

2) $f(x) = x+2$, $x \in \mathbb{R}$.

a) Reprezentați grafic f .

b) Calculați aria triunghiului determinat de graficul funcției f și axele sistemului de coordonate xOy .

3) Se da o prismă dreaptă $ABCDEF$, cu bază triunghi echilateral, $AB = 10$, $AD = 10\sqrt{3}$.

a) Calculați perimetrul bazei ABC .

b) Calculați aria laterală a prismei.

c) Calculați volumul prismei.

Regeln

$$1) E(x) = \left(1 + \frac{x+2}{x-2} - \frac{x+2}{x+2} \right) : \frac{1}{(x-2)(x+2)} - x(x-1) =$$

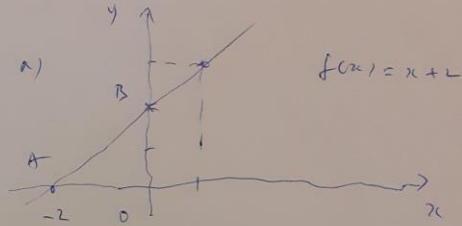
$$= \frac{(x-2)(x+2) + x+2 - 2(x-2)}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)} - x(x-1) =$$

$$= x^2 - 4 + x + 2 - 2x + 4 - x^2 + x = 2$$

2)

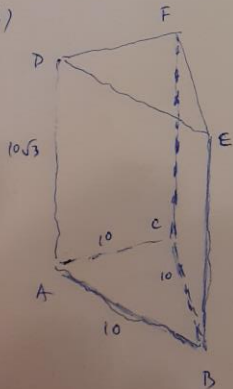
x	0	1
$f(x)$	2	3

$f(0) = 2$
 $f(1) = 3$



6) $A_{\triangle AOB} = \frac{AO \cdot OB}{2} = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2$

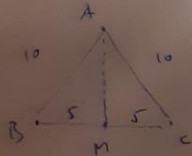
3)



a) $P_{ABC} = 3 \cdot 10 = 30$

b) $A_C = P_{ABC} \cdot h = P_{ABC} \cdot AD = 30 \cdot 10\sqrt{3} = 300\sqrt{3}$

c) $V_{ABDEF} = A_{ABC} \cdot h = 25\sqrt{3} \cdot 10\sqrt{3} = 250 \cdot 3 = 750$



$A_{ABC} = \frac{BC \cdot AM}{2} = \frac{10 \cdot 5\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}$

$AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{100 - 25} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$